

UTICAJ HARDVERSKIH NESAVRŠENOSTI PRIJEMNIKA NA DETEKCIJU PSK SIGNALA KOJI SE PROSTIRE KROZ KANAL SA α - μ FEDINGOM

Milan S. Marković, *Ministarstvo finansija, Poreska uprava – centrala, Beograd*
Goran T. Đorđević, Mihajlo Č. Stefanović, *Elektronski fakultet u Nišu*
Dragana Č. Pavlović, *Filozofski fakultet u Nišu*

Sadržaj – U radu je dat postupak generisanja trenutnih vrednosti slučajnog procesa sa generalisanom α - μ funkcijom gustine verovatnoće, koja se za određene vrednosti parametara svodi na Nakagami-m, Rayleighovu, Weibullovu ili jednostranu Gaussovu funkciju gustine verovatnoće. Zatim su, nakon prethodne analize rada prijemnika MPSK (M-ary Phase Shift Keying) signala i razvijenog simulacionog modela, određeni numerički rezultati, na osnovu kojih je utvrđeno u kojoj meri vrednosti verovatnoće greške po bitu zavise od fazne i amplitudske razdešenosti prijemnika, nesavršene procene faze, snage šuma u kanalu i parametara α - μ fedinga.

1. UVOD

Postoji veliki broj raspodela koje dobro opisuju statistiku anvelope signala u mobilnom radio kanalu. Poznato je da *long-term* promene signala imaju log-normalnu raspodelu, dok se *short-term* promene signala mogu opisati pomoću više raspodela kao što su Hoytova, Rayleighova, Riceova i Nakagami-m [1], [2]. Ove poznate raspodele izvedene su na osnovu pretpostavke o postojanju homogenog difuznog rasejanja. Pretpostavka o homogenom difuznom rasejanju je svakako aproksimacija [3]. U cilju da se istraži nelinearnost sredine kroz koju se elektromagnetni talasi prostiru predložena je generalna raspodela fedinga – α - μ raspodela [3], [4]. U suštini ovo je drugačiji oblik generalne Gamma raspodele, koju je prvi predložio Stacy [5]. Stacyjev rad nije bio povezan ni sa jednom konkretnom primenom, ni sa bilo kakvim modelovanjem neke fizičke pojave. U njemu je obrađen čist matematički problem u okviru koga su proučavane statističke osobine generalizovane Gamma raspodele. Parametri α - μ raspodele direktno su povezani sa fizičkim osobinama propagacionog medijuma, tako da se ova raspodela može koristiti za model fedinga u kanalu [3], [4]. Stacyjeva ili α - μ raspodela (generalizovana Gamma raspodela) je generalna, fleksibilna i pogodna za matematičku manipulaciju. Ona obuhvata važne raspodele kao što su Gamma, Nakagami-m, eksponencijalna, Weibullova, jednostrana Gaussova i Rayleighova.

U [6] je razmatran uticaj konstantne fazne greške, amplitudske i fazne razdešenosti u kvadraturnim granama prijemnika pri detekciji MPSK signala koji se prostire kroz kanal sa fedingom. Izvedeni su vrlo komplikovani izrazi za određivanje verovatnoće greške po simbolu, a numerički rezultati su dobijeni samo za određene specijalne slučajeve kada se istovremeno ne uzimaju u obzir svi pobrojani negativni efekti. U [7] je dat efikasan analitički postupak za određivanje uticaja amplitudske i fazne razdešenosti kvadraturnih grana, kao i slučajne fazne greške na vrednosti verovatnoće greške pri detekciji MPSK i MDPSK signala koji se prostire kroz Gaussov kanal.

Cilj ovog rada je da se za kanal sa generalisanim α - μ fedingom dobiju zavisnosti verovatnoće greške po bitu od odnosa srednje energije signala po bitu i spektralne gustine snage belog Gaussovog šuma u kanalu, kada su istovremeno prisutni amplitudska i fazna razdešenost prijemnika MPSK signala, kao i slučajna fazna greška. S obzirom da je u [3], [4], u kojima je uvedena α - μ raspodela, primenjen analitički pristup rešavanju problema, na ovom mestu je najpre dat detaljan opis generisanja odmeraka slučajnog procesa sa ovom raspodelom.

2. MODEL KANALA

Model fedinga opisan α - μ raspodelom obuhvata signal koji se sastoji od klastera višepropagacionih talasa koji se prostiru kroz nehomogenu sredinu. U okviru bilo kog klastera faze rasejanih talasa su slučajne i njihova kašnjenja imaju približne vrednosti, dok se kašnjenja od jednog do drugog klastera značajno razlikuju. Pretpostavlja se da klasteri višepropagacionih talasa sadrže rasejane talase identičnih snaga. Rezultujuća anvelopa je nelinearna funkcija sume modula višepropagacionih komponentata. Ova nelinearnost se manifestuje pomoću stepena anvelope, tako da se intezitet rezultujućeg signala ne dobija kao prosta suma modula višepropagacionih komponentata, već kao suma modula višepropagacionih komponentata dignuta na određeni stepen. Za detaljniji opis ovog fenomena videti [3-4].

Pretpostavka je da je u datoj tački rezultujući signal zbir n višepropagacionih komponentata i da je propagaciono okruženje takvo da je rezultujuća anvelopa signala nelinearna funkcija sume modula ovih komponentata. Ova nelinearnost se opisuje pomoću parametra $\alpha > 0$. Anvelopa rezultujućeg signala je

$$r^\alpha(t) = \sum_{i=1}^n (x_i^2(t) + y_i^2(t)), \quad (1)$$

gde su $x_i(t)$ i $y_i(t)$ Gaussovi slučajni procesi čija je srednja vrednost 0 i varijansa

$$\sigma_{FED}^2 = \hat{r}^\alpha / (2n), \quad (2)$$

gde je $\hat{r} = \sqrt{E\{r^\alpha\}}$ tj. $\hat{r}^\alpha = E\{r^\alpha\}$, pri čemu je $E(\cdot)$ operator usrednjavanja.

Funkcija gustine verovatnoće trenutnih vrednosti anvelope signala, date pomoću izraza (1), je tkzv. generalisana α - μ funkcija gustine verovatnoće [3-4]

$$p_r(r) = \frac{\alpha \cdot \mu^\mu \cdot r^{\alpha\mu-1}}{\hat{r}^{\alpha\mu} \Gamma(\mu)} \cdot e^{-\frac{r^\alpha}{\hat{r}^\alpha}}, \quad (3)$$

gde je parametar μ definsian kao

$$\mu = E^2\{r^\alpha\} / \text{Var}\{r^\alpha\}. \quad (4)$$

Operator $\text{Var}(\cdot)$ je varijansa, a $\Gamma(\cdot)$ je Gamma funkcija:

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} t^{z-1} e^{-t} dt.$$

Ako se uvede smena $\Omega_p = \hat{r}^2 = E\{r^2\}$, izraz (1) se može zapisati u sledećem obliku

$$p_r(r) = \frac{\alpha \cdot \mu^\mu \cdot r^{\alpha\mu-1}}{\Omega_p^{\frac{\alpha\mu}{2}} \Gamma(\mu)} \cdot e^{-\mu \frac{r^\alpha}{\Omega_p^{\alpha/2}}}. \quad (5)$$

Bez gubitka opštosti prilikom simulacije može se izvrši normalizacija $\Omega_p = \hat{r}^2 = 1$.

Iz izraza (2) sledi

$$\sigma_{FED} = \sqrt{1/(2n)}. \quad (6)$$

Ako je μ ceo broj, slučajni proces sa α - μ raspodelom se generiše na sledeći način:

$$r(t) = \left(\sum_{i=1}^{\mu} (x_i^2(t) + y_i^2(t)) \right)^{1/\alpha}, \quad (7)$$

gde su $x_i(t)$ i $y_i(t)$ Gaussovi slučajni procesi sa raspodelom $N(0, \sigma_{FED}^2)$.

Ako je μ ima neku od sledećih vrednosti: 1.5, 2.5, 3.5, ... postupak generisanja slučajnog procesa je sledeći:

$$r(t) = \left(x_0^2(t) + \sum_{i=1}^{2\mu-1} (x_i^2(t) + y_i^2(t)) \right)^{1/\alpha}, \quad (8)$$

gde su $x_0(t)$, $x_i(t)$ i $y_i(t)$ Gaussovi slučajni procesi sa raspodelom $N(0, \sigma_{FED}^2)$.

Ako je $\mu=0.5$ postupak generisanja slučajnog procesa je sledeći:

$$r(t) = (x_0^2(t))^{1/\alpha}, \quad (9)$$

gde je $x_0(t)$ Gaussov slučajni proces sa raspodelom $N(0, \sigma_{FED}^2)$.

Na slici 1 prikazane su funkcije gustine verovatnoće za različite vrednosti parametra fedinga μ , dobijene na osnovu izraza 3, zajedno sa funkcijama gustine verovatnoće dobijenih na osnovu odmeraka generisanih na način koji je ovde opisan. Može se zapaziti dobro slaganje između teorijskih i rezultata dobijenih simulacijom.

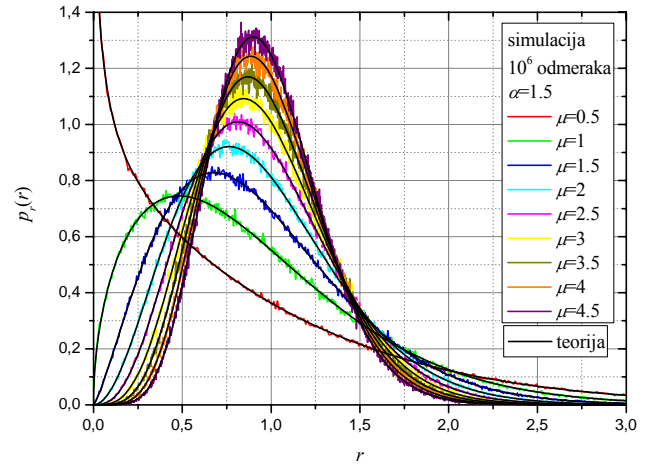
Ako je $\alpha=2$, izraz (3) se svodi na Nakagami-m funkciju gustine verovatnoće. Ako je $\mu=1$, onda se izraz (3) svodi na Weibullovu funkciju gustine verovatnoće.

3. MODEL PRIJEMNIKA

Signal na ulazu prijemnika, koji je prikazan na slici 2, je oblika

$$s(t) = r(t) \cos(\omega_0 t + \theta_i(t) + \gamma(t)) + x(t) \cos(\omega_0 t) - y(t) \sin(\omega_0 t), \quad (10)$$

gde je $r(t)$ slučajni proces sa generalisanom α - μ raspodelom, $\gamma(t)$ je slučajna faza koju unosi kanal, a korisna informacija je zapisana u fazi $\theta_i(t)$, koja u okviru jednog digitskog intervala



Sl. 1. Generalisana α - μ funkcija gustine verovatnoće za različite vrednosti parametra μ

T_d može imati jednu od sledećih vrednosti $\theta_i(t) = 2\pi(i-1)/M$, $i = 1, 2, \dots, M$, pri čemu je M broj faznih nivoa. Komponente u fazi i kvadraturi uskopojasnog Gaussovog šuma nulte srednje vrednosti i varijanse σ^2 prisutnog u kanalu označene su sa $x(t)$ i $y(t)$. Signal $s(t)$ se u grani u fazi množi referentnim nosiocem $2 \cos(\omega_0 t + \hat{\gamma}(t))$, a u grani u kvadraturi signal se množi referentnim nosiocem $-2 \sin(\omega_0 t + \hat{\gamma}(t) - \psi)$. Fazna razdešenost kvadrturnih grana predstavljena je pomoću parametra ψ . Posle množenja referentnim nosiocima, signali u kvadrturnim granama se filtriraju pomoću filtera propusnika niskih frekvencija, tako da su signali na izlazu ovih filtera u grani u fazi i grani u kvadraturi dati pomoću

$$z_I(t) = a_I \cdot \cos(\theta_i(t) + \varphi(t)) + x_g(t) \\ z_Q(t) = a_Q \cdot \sin(\theta_i(t) + \varphi(t) + \psi) + x_d(t), \quad (11)$$

gde su $x_g(t)$ i $x_d(t)$ međusobno nezavisni Gaussovi slučajni procesi nulte srednje vrednosti i varijanse σ^2 . Fazna greška $\varphi(t) = \gamma(t) - \hat{\gamma}(t)$ je slučajni proces sa Gaussovom funkcijom gustine verovatnoće nulte srednje vrednosti i varijanse σ_F^2 . Amplitudska razdešenost kvadrturnih grana prijemnika opisana je pomoću parametra

$$a = a_Q / a_I. \quad (12)$$

Na osnovu odmeraka signala $z_I(t)$ i $z_Q(t)$ u trenucima odmeravanja t_k (trenutak odmeravanja t_k je u okviru signalizacionog intervala T_d) fazni detektor detektuje fazu primljenog signala, koja je data sa

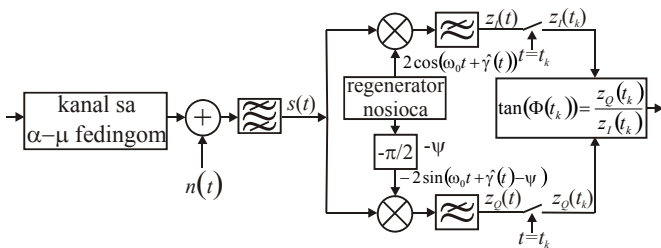
$$\tan(\Phi(t_k)) = z_Q(t_k) / z_I(t_k), \quad (13)$$

na osnovu čega se vrši detekcija bita.

Veza između standardne devijacije Gaussovog šuma u kanalu, srednje kvadratne vrednosti anvelope signala i odosa

srednje energije signala po bitu i spektralne gustine snage šuma u kanalu data je pomoću

$$\sigma = \sqrt{\hat{r}^2 / (2 \cdot \log_2 M \cdot 10^{E_b/N_0 [dB]/10})}. \quad (14)$$



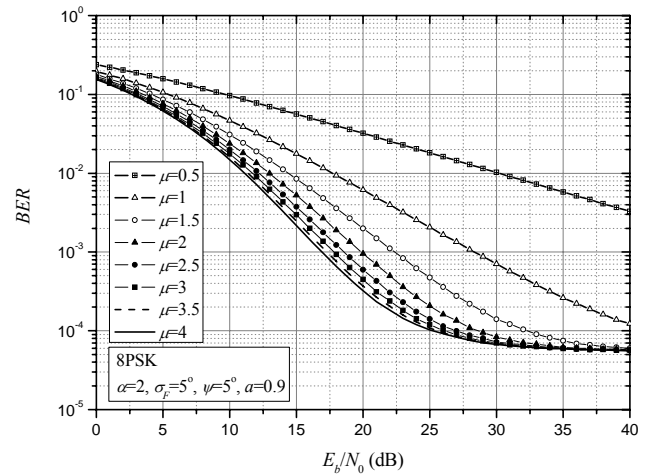
Slika 2. Model prijemnika MPSK signala

4. NUMERIČKI REZULTATI

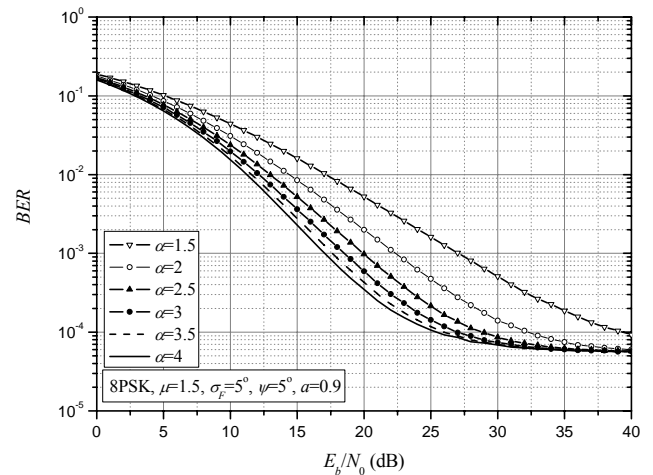
Na osnovu opisanih modela kanala i prijemnika, razvijen je simulacioni model za određivanje numeričkih rezultata. Na slikama 3-8, za različite vrednosti broja faznih nivoa M prikazane su zavisnosti verovatnoće greške po bitu (BER) od parametara kanala (odnos srednje energije signala po bitu i spektralne gustine snage šuma E_b/N_0 i parametri fedinga α i μ) i parametara prijemnika (standardna devijacija faznog šuma σ_F , parametar amplitudske razdešenosti a i parametar fazne razdešenosti ψ). Prikazani rezultati su dobijeni primenom Monte Carlo simulacija. Vrednosti $BERa$ su procenjavane na osnovu pogrešno prenesenih 10^4 bita, uz istovremni uslov da je za procenu bilo koje vrednosti $BERa$ korišćeno maksimalno $2^{31}-1$ simbola, a minimalno 10^5 simbola.

Sa slika 3 i 4 može se videti u kojoj meri parametri fedinga utiču na vrednosti $BERa$ pri detekciji 8PSK signala. Sa slika treba zapaziti da se javlja pragovski efekat, tj. za velike odnose E_b/N_0 javlja se tzv. BER floor. Vrednost ovog zaravnjenja ne zavisi u prvom redu od parametara fedinga, već od uticaja faznog šuma, tj. standardne devijacije faznog šuma. Uticaj amplitudske razdešenosti prijemnika ilustrovan je na slici 5. Recimo, ako je $E_b/N_0=35$ dB, kada se parametar a promeni od 1 do 0.8, BER se poveća za red veličine, od $3.7 \cdot 10^{-5}$ do $3.3 \cdot 10^{-4}$. Sa slike 6 može se videti uticaj fazne razdešenosti prijemnika. Primera radi, ako je $E_b/N_0=35$ dB, za $\psi=5^\circ$ i $\psi=10^\circ$ vrednosti $BERa$ iznose $7.5 \cdot 10^{-5}$ i $7.2 \cdot 10^{-4}$, što nije zanemarljivo povećanje u odnosu na vrednost $BER=1.9 \cdot 10^{-5}$ u slučaju kada ne postoji fazna razdešenost. Slika 7 ilustruje uticaj faznog šuma na performanse sistema. Može se primetiti da iste vrednosti standardne devijacije faznog šuma σ_F imaju znatno veći uticaj na vrednosti $BERa$ u režimu manjih vrednosti $BERa$. Kada se σ_F poveća od 0° do 6° , za $E_b/N_0=15$ dB vrednost $BERa$ se poveća od $5.8 \cdot 10^{-3}$ do $9.3 \cdot 10^{-3}$, dok se za $E_b/N_0=35$ dB vrednost $BERa$ poveća od $6.8 \cdot 10^{-6}$ do $2.3 \cdot 10^{-4}$, što je znatno više nego u prethodnom slučaju. Slika 8 ima za cilj da pokaže da se BER floor ne javlja kada nema uticaja slučajnog faznog šuma, da je uticaj parametara kanala μ znatno izraženiji u tom slučaju (uporediti rezultate na ovoj slici sa rezultatima na slici 3) i da se u ovom slučaju prikaže uticaj fazne razdešenosti.

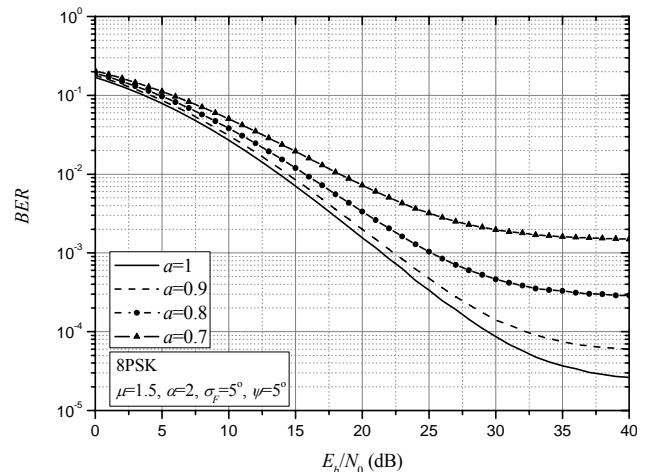
Kada se u simulacionom modelu stavi $\alpha=1$, $\sigma_F=0^\circ$, $\psi=0$, $\mu=1$, $\alpha=2$, onda se za $M=2, 4$ i 8 dobijaju iste zavisnosti verovatnoće greške po simbolu od odnosa srednje energije signala po bitu i spektralne gustine snage šuma, kao zavisnosti koje su prikazane na slici 14.4-3, str. 831, u [2].



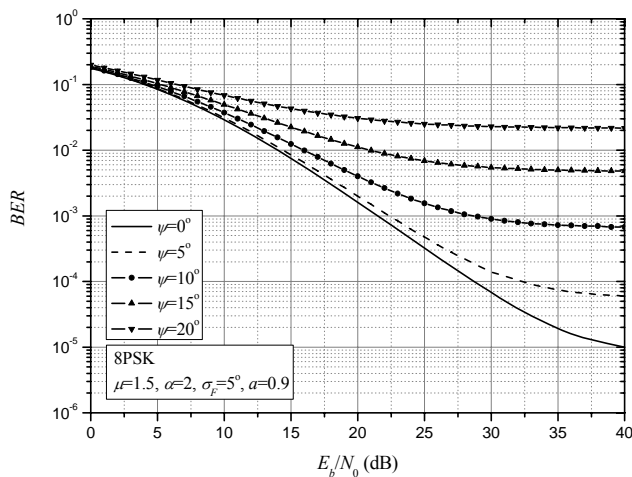
Sl. 3. Uticaj parametra fedinga μ na vrednosti $BERa$ pri detekciji 8PSK signala



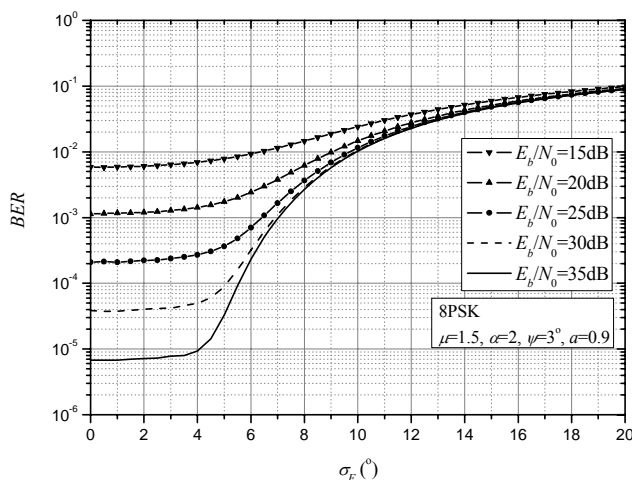
Sl. 4. Uticaj parametra fedinga α na vrednosti $BERa$ pri detekciji 8PSK signala



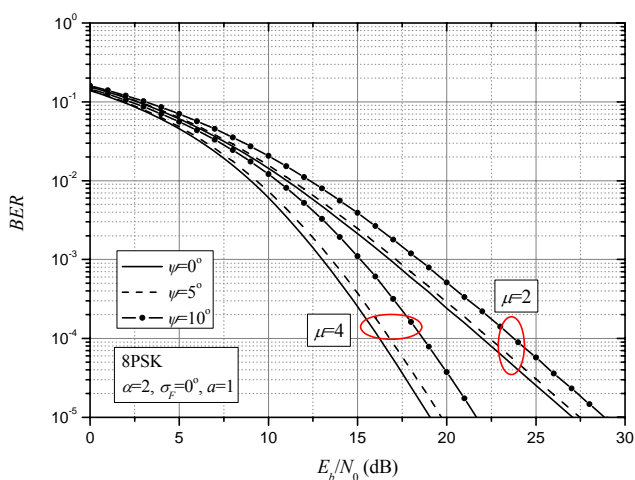
Sl. 5. Uticaj amplitudske razdešenosti na vrednosti $BERa$ pri detekciji 8PSK signala



Sl. 6. Uticaj standardne devijacije faznog šuma na vrednosti BERa pri detekciji 8PSK signala



Sl. 7. Uticaj standardne devijacije faznog šuma na vrednosti BERa pri detekciji 8PSK signala



Sl. 8. Uticaj standardne devijacije faznog šuma na vrednosti BERa pri detekciji 8PSK signala

5. ZAKLJUČAK

Razvijen je efikasan simulacioni model koji je omogućio sagledavanje istovremenog uticaja većeg broja hardverskih nesavršenosti prijemnika na detekciju MPSK signala koji se prostire kroz kanal sa α - μ fedingom. S obzirom da je α - μ opšta raspodela, na koju se mogu svesti više dobro poznatih raspodela koje se korsite za modelovanje *short-term* fedinga, jasno je da se radi o vrlo opštem modelu. Prikazane su i prokomentarisane dobijene vrednosti verovatnoće greške po bitu za različite vrednosti parametara fedinga, parametara amplitudske i fazne nesavršenosti prijemnika, standardne devijacije faznog šuma i odnosa srednje energije signala po bitu i spektralne gustine snage šuma u kanalu. Na osnovu dobijenih rezultata jasno se može sagledati da hardverske nesavršenosti prijemnika mogu imati značajan uticaj na pogoršanje performansi prijemnika.

LITERATURA

- [1] M. K. Simon, M. S. Alouini, *Digital communication over fading channels – a unified approach to performance analysis*, John Wiley Sons, Inc., 2000.
- [2] J. G. Proakis, *Digital communications*, McGraw-Hill., 2001.
- [3] M. D. Yacoub, "The α - μ distribution: a physical fading model for the Stacy distribution," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 56, no. 1, pp. 27-34, January 2007.
- [4] M. D. Yacoub, "The α - μ distribution: a general fading distribution," in *Proc. IEEE Int. Symp. PIMRC*, Sep. 2002, vol.2, pp. 629-633.
- [5] E. W. Stacy, "A generalization of the gamma distribution," *Ann. Math. Stat.*, vol. 33, no. 3, pp. 1187-1192, Sep. 1962.
- [6] S. Park, S. H. Cho, "SEP Performance of Coherent MPSK over Fading Channels in The Presence of Phase/Quadrature Error and I-Q Gain Mismatch", *IEEE Transactions on Communications*, vol. 53, no. 7, pp. 1088-1091, 2005.
- [7] I. M. Kostić, "Uticaj hardverskih nesavršenosti na MCPSK i MDPSK sisteme," *Zbornik radova na CD-u, TELFOR 2005*, Beograd, 2005.

Abstract – The paper introduces an approach for generating the process with general α - μ distribution. This distribution includes Nakagami-m, Weibull, one-sided Gaussian and Rayleigh distribution. On the basis of the simulation model, developed here, we determine the bit error rate performance in detecting MPSK (M-ary Phase Shift Keying) signal transmitted over α - μ fading channel. The simultaneous influences of the amplitude and phase imbalance of the receiver, as well as the imperfect reference signal extraction are taken into account

INFLUENCE OF RECEIVER HARDWEAR IMPERFECTIONS ON DETECTION OF PSK SIGNAL TRANSMITTED OVER α - μ FADING CHANNEL

Milan S. Marković, Goran T. Đorđević,
Mihajlo Č. Stefanović, Dragana Č. Petrović